

## Tarea 1

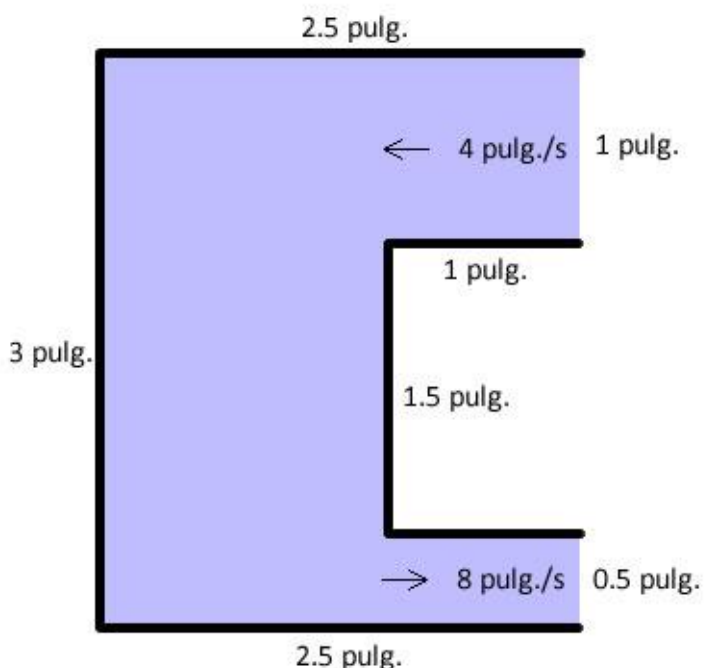
Se desea analizar las velocidades del flujo de agua al interior de una cañería con forma de C. Se sabe que el potencial de velocidades  $\phi$  de un fluido incompresible no viscoso satisface la ecuación de Laplace.

$$\nabla^2 \phi = \frac{d^2 \phi}{dx^2} + \frac{d^2 \phi}{dy^2} = 0$$

Y a partir de este potencial, es posible obtener el campo de velocidades  $\mathbf{v}$  con el operador gradiente.

$$\mathbf{v} = \nabla \phi = \begin{bmatrix} \frac{d\phi}{dx} \\ \frac{d\phi}{dy} \end{bmatrix}$$

La figura muestra la geometría de la tubería. Se presentan además las velocidades de entrada y salida de agua obtenidas mediante sensores. Considere además que no escapa agua por los bordes de la tubería, es decir, la velocidad hacia afuera de los bordes es cero.



Utilizando Matlab, realice:

1. (3.0) Calcular el potencial de velocidades  $\phi$  en cada punto al interior de la tubería. Para esto, implemente una función que resuelva la ecuación de Laplace mediante el método de diferencias finitas en la región indicada. Esta función debe recibir como parámetro la cantidad de puntos o los espaciados a considerar. Luego, partiendo de la solución de  $\phi$ , calcular el campo de velocidades al interior de la tubería.
2. (1.0) Implemente funciones que a partir de los resultados obtenidos en 1 y 2, permitan visualizar dicha información. Debe implementar una función por cada gráfico, las funciones deben rotular adecuadamente los ejes. En particular se pide:
  - a. Un gráfico de colores y un diagrama de curvas de nivel para visualizar el potencial de velocidades en un plano 2D. Y una superficie en el espacio 3D que permita visualizar el mismo potencial.
  - b. Un gráfico de flechas que permita visualizar el campo de velocidades.
  - c. Un único gráfico donde se incluyan: curvas de nivel para visualizar el potencial de velocidades y el gráfico de flechas para visualizar el campo de velocidades.

3. (2.0) Confeccione un informe con las siguientes secciones:
- Portada
  - Descripción del problema. (*Contexto, ecuación y sus condiciones de borde, problema discretizado, sistema de coordenadas*).
  - Procedimiento de solución. (*Pasos clave de su algoritmo, explicación general de su código*).
  - Descripción de las funciones implementadas. (*Encabezado, sus parámetros, variables de retorno y descripción del trabajo que efectúan*).
  - Resultados Obtenidos
    - Presente un gráfico de superficie y el gráfico compuesto de la parte 2c para al menos 3 espaciados considerablemente distintos.
    - Analice y compare sus resultados. ¿A partir de que espaciado obtiene una buena solución?
  - Dificultades encontradas en el desarrollo.
  - Conclusiones del trabajo.

Enviar archivos en Matlab (.m) e informe en pdf por u-cursos.

**Fecha de entrega:** lunes 19 de abril de 2010, 23.59 horas.

## Hints:

### Sobre Matlab

Comandos útiles de Matlab: `imagesc`, `surf`, `countour`, `sparse`, `gradient`, `quiver`, `colormap`  
Ingresando `help cc` o `doc cc` se obtiene información sobre la función `cc`.

### Recomendaciones Generales

- **Importante:** Antes de comenzar a escribir código, planifique su trabajo. Tenga claro lo que debe implementar.
- Para programar diferencias finitas en Matlab:
  - o Considere el mismo espaciado en ambos ejes.
  - o Construya una tabla de conversión que le permita cambiar de 2 subíndices a solo uno. De esta forma, podrá transformar su matriz de incógnitas en un vector, y así aplicar el álgebra que conoce.
  - o Implemente una función principal que se encargue de construir la matriz de coeficientes, el vector de condiciones de borde, y de resolver el sistema.